

Dansk Matematisk Forening

Sommerskole 2006

H.C. Ørsted Institutet, Københavns Universitet, 18.-21. august
Detaljeret program, version 1, juni

1 Introduktion

Selv om Dansk Matematisk Forening er 133 år gammel er foreningens sommerskoler et ret nyt fænomen, og den sommerskole vi har fornøjelsen at invitere til her er kun nummer 6 i rækken. Vi ønsker at opnå to ting med sommerskolerne; dels **fagligt**, at give avancerede matematikstuderende lejlighed til at lære mere om interessante matematiske emner end hvad der sædvanligvis får plads på pensumlisterne, og **fagsocialt**, at give studerende fra hele landet mulighed for at lære hinanden at kende og udveksle ideer og erfaringer.

I år understøttes sommerskolen finansielt med et betydeligt bidrag fra FUR-forskerskolen for matematik og anvendelser ved Henrik Schlichtkrull. Resten af det projekterede underskud dækkes af foreningens driftsmidler.

Tilfredsheden med tidligere års sommerskoler har været overvældende, både fra deltager- og arrangørside. Vi håber på at kunne følge succesen op i København i august. Vel mødt!

SØREN EILERS, FORMAND FOR DMF, MEDARRANGØR

2 Fagligt program

Årets sommerskole består af tre uafhængige forelæsningsrækker

- Langlands' program og Fermats sidste sætning; Ian Kiming et al, Københavns Universitet
- Symbolsk dynamik; Søren Eilers, Københavns Universitet
- Uløste kombinatoriske problemer; Bjarne Toft, Syddansk Universitet

som beskrevet nærmere herunder:

2.1 Langlands' program og Fermats sidste sætning

Algebraisk talteori er i en vis forstand at betragte som matematikkens elementarpartikelfysik:

Siden grundlæggelsen af algebraisk talteori i det 19. århundrede ved man, at primtallene i en bestemt forstand spaltes hver gang man går fra de rationale tal \mathbb{Q} til et algebraisk tallegeme, dvs., en udvidelse af \mathbb{Q} af form $\mathbb{Q}(\theta)$ hvor θ er et algebraisk tal. Videre erkendtes det allerede fra begyndelsen, at kendskabet til love for hvordan denne 'spaltning' foregår er den afgørende nøgle til at forstå diverse Diofantiske spørgsmål, dvs., spørgsmål angående løsninger i rationale (eller hele tal) til polynomiumsligninger med heltallige koefficienter. Det simpleste eksempel herpå er, at spørgsmålet om hvilke tal, der kan skrives som sum af 2 kvadrater på heltal, koger ned til at analysere spaltningen af primtal i det algebraiske tallegeme $\mathbb{Q}(i)$.

En af de største matematiske triumfer i første halvdel af det 20. århundrede var etableringen af den såkaldte klasselegemeteori. Klasselegemeteorien giver en udtømmende forståelse for primtalsspaltning i abelske udvidelser af \mathbb{Q} , dvs., sådanne udvidelser, der er normale over \mathbb{Q} med en abelsk Galoisgruppe.

Efter klasselegemeteorien triumf er det selvfølgelig naturligt at spørge efter 'spaltningslove' i *ikke-abelske* udvidelser af \mathbb{Q} . I 1960'erne begyndte Langlands' at udvikle et overordnet og uhyre omfattende netværk af formodninger angående formen af disse 'ikke-abelske spaltningslove'.

Samtidigt arbejdede i den tid Taniyama og Shimura (og delvist Weil) – byggede på klassiske indsigter af Hecke i første halvdel af det 20. århundrede – med nogle strukturer, som førte til den mere eller mindre eksplicite formulering af den formodning, som nu kaldes Taniyama-Shimura(-Weil) formodningen; dette er en vis formodning i teorien for elliptiske kurver, og det er denne formodning, som forelæsningerne starter med at se på.

I dag ses Taniyama-Shimura-Weil formodningen – nu en sætning af Wiles, Taylor et al. – som et lille specialtilfælde af de generelle Langlands-formodninger: Langlands' synspunkt er, at hele klasselegemeteorien drejer sig om 1-dimensionale repræsentationer af en bestemt yderst kompliceret gruppe, nemlig de rationale tals såkaldte absolutte Galoisgruppe $\text{Gal}(\overline{\mathbb{Q}}/\mathbb{Q})$; Taniyama-Shimura formodningen udtaler sig om visse typer af 2-dimensionale repræsentationer af denne gruppe. Langlands-formodningerne udtaler noget om generelle n -dimensionale repræsentationer af $\text{Gal}(\overline{\mathbb{Q}}/\mathbb{Q})$, og dette 'noget'

kan ses som de længe søgte ikke-abelske spaltningslove. Således er tråden tilbage til den algebraiske talteori fødsel etableret.

Overraskende (eller måske i virkeligheden mindre overraskende) viste det sig, at studiet af disse spørgsmål på noget uventet vis førte til et bevis for Fermats sidste sætning.

Introducerende noter angående det ovenfor skitserede kan downloades her:

www.math.ku.dk/~kiming/papers/surv/1999_fermat2/1999_fermat2..pdf

Disse noter kan med fordel studeres før eller efter forelæsningerne ved sommerskolen. Indholdet af noterne kommer til at svare nogenlunde til indholdet af denne del af sommerskolen, men det siger sig selv, at selve sommerskolen ikke bliver helt så detaljeret og omfattende som noterne.

Forelæsningerne holdes af Ian Kiming, Morten Schrøder Larsen og Jonas B. Rasmussen.

2.2 Symbolske dynamiske systemer

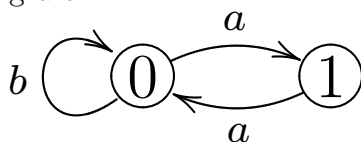
I teorien for *symbolske dynamiske systemer* beskæftiger man sig med mængder af følger skrevet med bogstaver fra et endeligt alfabet. Fx kan alfabetet være $\{0, 1\}$ og X_1 mængden af følger hvori ordet '11' aldrig optræder, som fx

...00010010010010000001001010101...

Et andet eksempel er mængden X_2 af følger over alfabetet $\{a, b\}$ hvori der altid er et lige antal 'a' mellem to på hinanden følgende 'b', som fx

...baaaabbaabbbbaaaaaabaaaabaab...

Bemærk at X_1 og X_2 begge kan beskrives som de etiketter man kan møde under en vandring på grafen:



Systemet gøres "dynamisk" ved inddragelse af højreskiftet på rummet.

Disse dynamiske systemer blev introduceret for at studere mere komplekse topologiske dynamiske systemer, men har vist sig at have betydning indenfor en overraskende bred vifte af fagområder både i ren matematik og i anvendelser. Som eksempler kan nævnes *markovkæder* fra statistik; *billardssystemer* fra fysik; *formelle sprog*, *automatteori*, *datalagring* og *datatransport* fra datalogi.

I sommerskolens regi vil vi koncentrere os om to helt basale aspekter af symbolsk dynamik, nemlig **eksempler** og **klassifikation**. Vi starter med at give eksempler på hvordan sådanne systemer naturligt opstår, og begynder derefter at spørge os selv hvordan man afgør hvorvidt sådanne systemer — fx X_1 og X_2 — er ens eller forskellige. Denne del af teorien inddrager elementer af grafteori, lineær algebra, topologi, talteori og reel analyse.

2.3 Uløste kombinatoriske problemer

I 1995 udkom bogen Graph Coloring Problems (Wiley Interscience), skrevet af Tommy R. Jensen og Bjarne Toft. Bogen omhandler mere end 200 uløste problemer. En del af disse er siden løst, men mange er stadig åbne og nye problemer er kommet til. I forelæsningerne på sommerskolen er tre markante (og relaterede) eksempler valgt ud.

Forelæsningerne holdes af Bjarne Toft. Der forudsættes ikke kendskab til grafteori på forhånd. Emnerne vil blive forsøgt sat ind i en bred ramme, hvor også bl.a. algoritmer og deres kompleksitet inddrages.

Emne 1 Skemalægning, faktorer og kant-farvning. Med udgangspunkt i et skemaproblem introduceres grafer, faktorer i grafer og kantfarvning af grafer. Forelæsningens helt er Julius Petersen (1839-1910). Skemaproblemet, som først dukkede op omkring 1990, viser sig at have en stærk forbindelse til Petersen's berømte Acta Mathematica artikel (1891). Den problemkreds Petersen startede har været meget central lige siden i kombinatorik. Der er en lige line fra Petersen til moderne algoritmisk kompleksitetsteori (P og NP og alt det der).

Emne 2 Hadwiger's Formodning og 4-farve-sætningen. Grafteoriens berømteste uløste problem, Hadwiger's Formodning (1942), er en vidtrækkende generalisation af 4-farve-problemet. Selv for meget simple klasser af grafer er formodningen uløst. Måske er der et nærliggende modeksempel hvis man får den rette idé? Formodningen har bidraget til den opblomstring af graf minor teori, som de seneste år har fremvist (Seymour og Robertson's Graph Minor

Project), med mange dybe og smukke resultater.

Emne 3 Goldberg's Formodning om kant-farvning af multigrafer. Kantfarvning af grafer er tilsyneladende simple og derfor nemmere at have med at gøre end punktfarvning. Goldberg's Formodning fra omkring 1980 er et spektakulært forslag til en smuk sætning - i kølvandet på Vizing's berømte øvre grænse (1964) for kant-farve-tallet for en multigraf. Der har været arbejdet intenst på en løsning af Goldberg's formodning i de senere år, med dybe delresultater (Tashkinov), men endnu uden et afgørende gennembrud.

3 Program

	18/08/06	19/08/06	20/08/06	21/08/06
9:00		Kaffe 04.4.19	Kaffe 04.4.19	
9:30				Fermat 3 Aud 3
10:00		Fermat 1 Aud 4	Fermat 2 Aud 4	
10:30				Symbolsk 3 Aud 3
11:00				
11:30				
12:00		Frokost 04.4.19	Frokost 04.4.19	
12:30				Frokost HCØ-kant.
13:00				
13:30				
14:00		Symbolsk 1 Aud 4	Symbolsk 2 Aud 4	Uløste 3 Aud 3
14:30				
15:00				
15:30				
16:00		Kaffe 04.4.19	Kaffe 04.4.19	
16:30				
17:00		Uløste 1 Aud 4	Uløste 2 Aud 4	
17:30				
18:00				
18:30				
19:00			Middag	
19:30				
20:00	Reception, faglige oplæg	Fest		
20:30				
21:00				
21:30				

Sommerskolen starter fredag klokken 19:00 med en reception hvor der serveres snacks. Der bydes på kaffe og "smør-selv" frokost i løbet af lørdag og søndag,

og på middag begge dage. Lørdag aften går middagen over i fest. Mandag spiser vi frokost i en af universitetets kantiner. Sommerskolen slutter klokken 16:00.

4 Praktisk

Tilmelding til sommerskolen skal ske til eilers@math.ku.dk senest den 14. juli. Deltagergebyret på 750 kr. dækker fuld forplejning og indkvartering i tresengsstuer på Hotel CabInn, Vodroffsvej 55, 2000 Frederiksberg C for deltagere fra ikke-københavnske universiteter. Efter hvad vi hidtil har fået oplyst ydes der væsentlige bidrag til deltagergebyret til studerende fra de foreskellige universiteter som følger:

Uni	Bidrag	Henvendelse
AAU	800 kr.	Fuldmægtig Lisbeth Grubbe Nielsen
AU	750 kr.	Ph.d.-studerende Anne Lund Christophersen
DTU	750 kr. ^a	Institutleder Martin Bendsøe
KU	750 kr.	Afdelingsleder Hans Plesner Jakobsen

^aIkke bekræftet

For studerende fra Århus Universitet er der truffet aftale om at deltagergebyret betales direkte fra AU. Øvrige deltagere bedes betale gebyret kontant ved sommerskolens start.

Vi sørger for at der serveres vegetarmad. Hvis man har andre behov bedes man kontakte arrangørerne.